# ANÁLISIS DE MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN GEOESTADÍSTICOS PARA LA ESTIMACIÓN ESPACIAL DE LA PRECIPITACIÓN EN LA CUENCA DEL RÍO PAUTE

### GEOSTATISTICAL INTERPOLATION METHODS ANALYSIS FOR ESTIMATING SPATIAL PRECIPITATION IN THE PAUTE RIVER BASIN

Jheimy Pacheco<sup>1</sup>, Alex Avilés<sup>2</sup>, Omar Delgado<sup>3</sup>

 Docente de la Escuela de Ingeniería de Sistemas, Facultad de Administración. Universidad del Azuay e Investigador del Instituto de Estudios de Régimen Seccional del Ecuador (IERSE), Cuenca, Ecuador
 Docente de la Escuela de Ingeniería Ambiental, Facultad de Ciencias Químicas. Universidad de Cuenca e Investigador del Departamento de Recursos Hídricos y Ciencias Ambientales. Cuenca, Ecuador.
 Docente de la Escuela de Biología, Ecología y Gestión, Facultad de Ciencia y Tecnología. Universidad del Azuay e Investigador del Instituto de Estudios de Régimen Seccional del Ecuador (IERSE), Cuenca, Ecuador.

Autor para correspondencia: jlpacheco@uazuay.edu.ec

Carrera de Ingeniería Forestal, Universidad Nacional de Loja, Ecuador

Web: <u>www.bosqueslatitudcero.com</u> Email: <u>bosques.latitudcero@unl.edu.ec</u>

**Receptado:** 16 de septiembre del 2016 **Aprobado:** 08 de diciembre del 2016

Pacheco, J; Avilés, A & Delgado, O. (2016). Análisis de métodos de interpolación geoestadísticos para la estimación espacial de la precipitación en la cuenca del Río Paute.

#### RESUMEN

El conocimiento de la variabilidad espacial y temporal de la precipitación constituye un importante insumo para el estudio de las ciencias del ambiente. Contar con datos continuos en una superficie resulta costoso, en especial en zonas de montaña debido a lo agreste del terreno. Esta investigación empleó dos métodos de interpolación geoestadísticos: Kriging y Cokriging, para estimar la precipitación promedio en lugares desprovistos de información a partir de datos históricos (1980 - 2010) de 19 estaciones meteorológicas en la cuenca del Paute incorporando la altura en el método Cokriging. Mediante el ajuste del semivariograma, se determinó los parámetros de interpolación para obtener los mapas de predicción y medidas de error óptimos. Los resultados no mostraron mayor variación entre los dos métodos, lo que indica que posiblemente el método Cokriging requiera tomar en cuenta otras variables adicionales para la predicción espacial de la precipitación.

Palabras clave: Cokriging, Interpolación, Kriging, Precipitación.

#### ABSTRACT

The precipitation and its spatial and temporal variability are an important input for the study of enviromental science. To obtain data continuosusly in an área it is expensive, especially in montain áreas due to the rugged terrain. The Kriging and Cokriging Geostatistial Interpolation methods were used for this research in order to estimate the average rainfall in places devoid of information. This was done from historiacal data (1980 – 2010) obtained from 19 weather stations int the Paute River Basin. By adjusting the semivariogram, optimal interpolation parameters were determined in order to obtain prediction maps and error measurements. The results did not show greater variation between the two methods, indicating that the precipitation does not depend only on the height, but it is necessary to consider other variables.

Keywords: Cokriging, Interpolation, Kriging, Precipitatio

#### INTRODUCCIÓN

Varios de los procesos abióticos y bióticos se determinan por las características climáticas del medio ambiente. Disciplinas científicas como agronomía, hidrología, biología, ecología, entre otras, utilizan los datos climáticos, en particular de precipitación, con fines técnicos y científicos, de ahí la importancia de la disponibilidad espacial de la información (Serrano *et al.*, 2003) La precipitación y su variabilidad es en muchos casos el factor de entrada más importante en la modelación hidrológica (Zhang & Srinivasan, 2009). La cuantificación de los patrones espaciales y temporales constituye un paso importante en el desarrollo de modelos regionales a pequeña escala donde se ha demostrado que aunque la lluvia está fuertemente correlacionada a distancias menores a 4km, difiere sustancialmente de los volúmenes diarios de precipitación (Buytaert *et al.*, 2006).

Los datos y mapas de estimación de precipitación de los que se dispone corresponden a información que ha sido producida con déficit en la calidad de los datos pluviográficos, esto debido a que la estimación exacta de la distribución espacial de la precipitación requiere una red muy densa de instrumentos y medidas, lo que implica altos costos operativos y muchas veces es necesario estimar

las precipitaciones en un punto donde no se registran estaciones (Goovaerts, 2000). Esta situación ocurre frecuentemente en terreno montañoso donde se disponen de pocas estaciones y donde los efectos de la orografía pueden ser altamente influyentes (Hevesi *et al.*, 1992; Hay *et al.*, 1998; Fleming, *et al.*, 2000).

Ante el problema de falta de estaciones, se han propuesto varios métodos estadísticos para interpolar datos de precipitación. El método más sencillo consiste en asignar a cada ubicación sin muestrear el registro de la estación de medida más cercana (Thiessen, 1911), aunque el método del polígono de Thiessen es esencialmente utilizado para la estimación de precipitaciones por área, también se ha aplicado la interpolación por puntos de medida (Goovaerts, 2000). En 1972, el Servicio Nacional de Meteorología de los EEUU desarrolló otro método conocido como el cuadrado inverso de la distancia o IDW, pero debido a que estos dos métodos no consideran factores decisores como la topografía, surgió el método de isoyetas (línea curva que une los puntos que tienen igual valor de precipitación) en el que se utiliza la ubicación y datos de cada estación para trazar las isoyetas. La cantidad de lluvia en el lugar no muestreado se calcula por interpolación dentro de las isoyetas. Una limitación de esta técnica es que se necesita una densa red de monitoreo para establecer con precisión las isoyetas (Goovaerts, 2000). Al referirse a los métodos geoestadísticos se ha demostrado que la técnica de interpolación Kriging provee estimaciones más reales para el comportamiento espacial de la precipitación y otras variables climatológicas, comparado con métodos convencionales debido a que considera la autocorrelación (relación entre los puntos de medida) (Tao, 2009). En cuanto al problema de la orografía autores como Goovaerts, Hevesi, Tao y otros, han comparado varios métodos para estimar la precipitación tomando en cuenta ese factor, y se ha determinado que teniendo el tamaño de muestra suficiente y si la distribución espacial de los datos es la necesaria para definir un modelo representativo, los métodos geoestadísticos como Cokriging pueden proveer estimaciones lineales no sesgadas debido a que emplea la correlación espacial entre dos o más variables para reducir la estimación de la varianza cuando una de las variables no está muestreada (Hevesi et al., 1992). Varios estudios han comparado estas técnicas para la estimación de la distribución espacial de la precipitación en cuencas hidrográficas. Mientras que otros estudios utilizan estas técnicas de interpolación para realizar análisis espacio temporales de la precipitación (Borges et al., 2015; Keblouti et al, 2012; Wang et al., 2014; Zhang et al, 2016). Mientras que otros estudios utilizan estas técnicas de interpolación para realizar análisis espacio temporales de la precipitación (Castro et al,, 2014; Fallah et al., 2016). Por otro lado algunos estudios utilizan eficazmente métodos geoestadísticos para la estimación espacial de la precipitación (Bilewu & Sule, 2015; Chahouki et al, 2014; Karani et al, 2014), sin embargo pocos estudios se han realizado en zonas de montaña, convirtiéndose cada vez en retos investigativos de la academia y fuertes necesidades de las instituciones tomadoras de decisiones en cuencas andinas.

Debido a la necesidad de contar con datos de precipitación confiables en zonas desprovistas de información, se plantea el presente estudio donde se aplicará dos métodos geoestadísticos de interpolación y se determinará que método se ajusta mejor a las características de la Cuenca del río Paute. Además se contribuirá a lograr un entendimiento más claro de la variabilidad espacio – temporal de la precipitación en cuencas alto andinas, así como se obtendrá mapas de precipitación que se espera respondan a la realidad de la zona de estudio considerando el aspecto de elevación (Celleri *et.al*, 2007).

#### **MATERIALES Y MÉTODOS**

#### Área de estudio

La investigación se centra en la cuenca del río Paute (CRP) (Figura 1), una zona localizada al Sur de los Andes Ecuatorianos, en una región de depresión interandina, entre los 2º 15' y 3º 15' latitud sur; y, los 78º 30' y 79º 20' longitud oeste. Esta cuenca está delimitada hacia el Norte por el nudo de Curiquingue que divide la hoya del Cañar con la hoya del Paute; hacia el Sur por el nudo del Portete, que divide la hoya del Jubones con la del Paute; hacia el Este por la cordillera Oriental de los Andes que divide la región del Oriente con la Sierra; y hacia el Oeste por la cordillera Occidental de los Andes, que divide la región de la Sierra con la Costa. El área de la cuenca tiene una extensión de aproximadamente 6.442 km<sup>2</sup>, su altitud varía desde 440 m.s.n.m. hasta 4.680 m.s.n.m. A pesar de sus altitudes no presenta nevados o glaciares, esto debido a su proximidad al eje ecuatorial por lo que se presentan solo dos estaciones: la seca y la húmeda (Celleri et al., 2007). Para analizar la variabilidad espacio-temporal de la precipitación en la cuenca, se consideraron las precipitaciones mensuales de las series históricas del período 1980 - 2010 y su relación con la altitud.

### METODOLOGÍA

La geoestadística es la rama de la estadística aplicada que se especializa en el análisis y la modelación de la variabilidad espacial en ciencias de la tierra. Su objeto de estudio es el análisis y la predicción de fenómenos en espacio y/o tiempo tomando en cuenta la autocorrelación espacial y direccional de los datos (Webster & Oliver, 2007).

Dentro de los métodos geoestadísticos se tiene dos clasificaciones Kriging y Cokriging. Kriging proporciona una solución para el problema de la estimación basada en un modelo continuo de variación espacial estocástica, tomando en cuenta la forma en que una propiedad varía en el espacio mediante el modelo de variograma (Webster & Oliver, 2007). Existen algunas formas del método Kriging (Ordinario, Universal, Simple e Indicador), en esta investigación se utilizó el Ordinario o puntual asume que la variable es estacionaria y que no tiene tendencia, está definido por la ecuación:

$$Z_1(s) = \mu_1(s) + \varepsilon_1(s) \tag{1}$$

Donde Z(s) es la variable de interés;  $\mu_1(s)$  es una constante desconocida y  $\varepsilon_1(s)$  son los errores aleatorios, (s) indica las coordenadas  $x \in y$ .

Cokriging se emplea para representar modelos basados en más de una variable que puede ser los datos de elevación, índices topográficos (Goovaerts, 2000), valores de pendiente, entre otras. Tiene los mismos tipos que Kriging y está definido por las ecuaciones:

$$Z_1(s) = \mu_1(s) + \varepsilon_1(s),$$
 (1)  

$$Z_2(s) = \mu_2(s) + \varepsilon_2(s),$$
 (2)

Donde  $\mu_1$  y  $\mu_2$  son constantes desconocidas;  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  son errores aleatorios; de manera que hay una autocorrelación para cada uno y una correlación cruzada entre ellos. En el presente estudio la segunda variable es el Modelo Digital de Terreno (MDT) del Ecuador (Univesidad del Azuay & Consejo de Gestión de aguas de la cuenca del Paute, 2008). Kriging y Cokriging son métodos de predicción que tienen por objetivo crear una superficie continua de valores estimados. A pesar de ser métodos que no requieren que los datos se ajusten a la normalidad, a excepción de que se requiera elaborar mapas de cuantiles y de probabilidad, las superficies generadas presentan mejores resultados si los datos son normales (Johnston et.al, 2003); La generación de interpolaciones se realizó con el software ArcGis mediante tres etapas:

## Análisis exploratorio de los datos espaciales.

El análisis de datos se presenta para los meses de mayor y menor precipitación siendo estos abril y agosto respectivamente. El punto de partida fue examinar la calidad y cantidad de la información disponible. El Instituto Nacional de Meteorología e Hidrología (INAMHI) proporcionó datos de precipitación del período 1980 – 2010 de 41 estaciones distribuidas dentro y fuera de la cuenca del Paute. Sin embargo, no todas las estaciones cumplieron con las características idóneas en sus datos para ser analizados. El primer criterio para seleccionar las estaciones consistió en permitir aquellas con menos del 25 % de vacíos en la información por punto de medida para el período de estudio, si bien el umbral de vacíos es 17 % teniendo en cuenta no más de 2 años consecutivos sin datos para el caso de normales climatológicas (Trewin, 2007) se incrementó el valor permitido debido a lo reducido del número de estaciones con datos válidos (Campozano et.al, 2014). El segundo criterio se refirió a la ubicación, descartando aquellas estaciones fuera del área de estudio, a excepción de Alausí, Nabón-Inamhi y Girón que se las incluyó con el fin de tener mayor cobertura en los mapas resultantes considerando que estas tres estaciones se ubican en la región interandina. Los vacíos de información de las estaciones seleccionadas para el estudio se rellenaron utilizando la media mensual por estación para el período 1980 – 2010. Los valores extremos se eliminaron de acuerdo a la ecuación siguiente (Montgomery & Runger, 2011).

$$Q_1 - 1,5(Q_3 - Q_1) \le x \le Q_3 + 1,5(Q_3 - Q_1)$$
 (3)

Al analizar los datos de precipitación media mensual para el período 1980 – 2010 para las 19 estaciones finalmente seleccionadas (Figura 2), se observó que los datos no siguen una distribución normal y poseen sesgo positivo por lo que se transformó a escala logarítmica (Webster & Oliver, 2007).

## Análisis de tendencia

Esta etapa muestra el comportamiento de la variable en el tiempo; en algunos casos, los variogramas experimentales son curvas de forma cóncavas hacia arriba, que puede sugerir presencia de tendencia local. En otros casos, las estimaciones experimentales aumentan bruscamente después de haber alcanzado su valor más alto, lo que es a menudo un signo de la tendencia a largo plazo o global. (Webster & Oliver, 2007). En la Figura 2 se muestra la tendencia de la precipitación en el plano y - z tendencia norte – sur y plano x - z tendencia este – oeste. En cada plano se ajustaron los polinomios y las curvas a grado 3 mediante el software de manera que se describa mejor el comportamiento de la variable (Moreno Jiménez & Cañada Torrecilla, 2006)



Figura 1: Cuenca del río Paute y estaciones provistas por el INAMHI





a) Tendencia oeste – este b) Tendencia norte - sur Figura 2. Representación de la tenencia de la precipitación en la Cuenca del río Paute mediante gráficas polinómicas de grado 3.

La línea en color verde grafica la tendencia oeste – este de la precipitación, al oeste elevada en los extremos (subcuencas Machángara y Tomebamba), luego disminuye en la parte central (subcuencas Burgay, Sidcay, Cuenca, Paute) y; nuevamente se incrementa hacia el este (subcuencas Mazar, Paute, Collay). En el caso de la tendencia norte – sur, graficada en la línea color azul, la precipitación es mayor hacia el norte disminuyendo paulatinamente mientras se acerca al sur.

## Análisis estructural

La etapa del análisis estructural, consiste estimar la autocorrelación espacial de los puntos medidos, la cual implica que lo que está más cerca es más parecido a lo que está más lejos; también se asume el principio de estacionariedad que indica que si dos lugares están a una distancia y dirección similar, tendrán similares diferencias al cuadrado entre sus valores. Para medir la autocorrelación espacial es necesario construir el semivariograma empírico, el cual está definido por la ecuación (Moreno Jiménez & Cañada Torrecilla, 2006):

$$\gamma(s_i, s_j) = 0.5 * promedio(Z(s_i) - Z(s_j))^2$$
(4)

Donde  $s_i y s_j$  son los valores medidos en el lugar i y j, el promedio se debe a que se agrupan las distancias en un determinado número de intervalos (*lag bins*). El cálculo de las distancias entre dos lugares se lo realiza mediante la ecuación 5 de la distancia euclidiana (Moreno Jiménez & Cañada Torrecilla, 2006):

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$
(5)

A través de la ecuación anterior se asocia cada punto medido entre ellos formando pares que se agrupan en intervalos. El semivariograma empírico es un gráfico de los valores de semivariograma promediados en el eje y, y la distancia (o intervalo) en el eje x. (Johnston et al., 2003). A partir de la observación del semivariograma y sus componentes (Figura 3) es posible detectar la presencia de isotropía que se define como la propiedad de un elemento de estudio cuando la autocorrelación espacial sólo depende de la distancia entre dos lugares; pero si la autocorrelación espacial tiene influencias direccionales se determina la existencia de anisotropía (Moreno Jiménez & Cañada Torrecilla, 2006), éstas propiedades pueden incluirse al ajustar el modelo elegido (es decir, una función o curva continua) al semivariograma empírico (Johnston et al., 2003).



Figura 3. Componentes del semivariograma Fuente: (Johnston et al., 2003)

Esta elección del modelo influye en la predicción de los valores desconocidos, en particular, cuando la forma de la curva cercana al origen difiere significativamente, mientras más pronunciada sea la curva cerca a al origen, más influirán los vecinos más cercanos en la predicción, y como resultado, la superficie de salida será menos suave (Moreno Jiménez & Cañada Torrecilla, 2006).

## Modelación del semivariograma

*Rango y meseta:* El rango es la distancia a la que el modelo de semivariograma se nivela. El valor en el cual el modelo de semivariograma alcanza el rango se denomina meseta (*sill*). Una meseta parcial (*partial sill*) es la meseta menos el *nugget* (pepita) (Johnston et al., 2003).

*Nugget:* Puede deberse a errores de medición o a fuentes espaciales de variación a distancias que son menores que el intervalo de muestreo (o a ambas razones). (Johnston et al., 2003).

Existen algunos modelos de semivariograma diseñados para ajustarse a diferentes tipos de fenómenos de forma más precisa. El modelo esférico, aplicado en esta investigación ya que es el más empleado para modelar procesos de precipitación (Goovaerts, 2000), muestra una disminución progresiva de la autocorrelación espacial (así como un aumento en la semivarianza) hasta cierta distancia, después de la cual la autocorrelación es cero (Johnston et al., 2003). Este modelo es uno de los de uso más frecuente en geoestadística, en una, dos y tres dimensiones (Webster & Oliver, 2007).

$$g(h) = \begin{cases} c \left\{ \frac{3h}{2a} - \frac{1}{2} \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right\} \text{ para } h \le a \\ c \text{ para } h > a \end{cases}$$
(6)

Donde  $\gamma(h)$  es el semivariograma esférico con rango a y meseta o sill c para un intervalo de distancia h (Webster & Oliver, 2007).

Otro aspecto a tomar en cuenta al realizar la interpolación es la búsqueda de vecinos, misma que emplea criterios de forma de vecindad como elipse o círculo según exista anisotropía o isotropía; y

establecimiento de restricciones de puntos dentro de la forma en donde se selecciona el número deseado y el mínimo a considerarse dentro de la figura que, para evitar tendencias, está dividida en sectores o no según se decida. El número de puntos y sectores debe definirse en base a la localización espacial de la muestra de datos (Johnston et al., 2003).

### Predicción de superficies y valoración de resultados

Para comprobar la validez de la interpolación para lugares no muestrales, se empleó validación cruzada, la misma que trabaja de la siguiente manera:

1.- Se calcula el variograma experimental a partir de todo el conjunto de datos de la muestra y los modelos se ajustan a este.

2.- Para cada modelo,  $\hat{Z}$  se estima a partir de los datos y el modelo Kriging en cada punto de muestreo, a su vez después de excluir el valor muestral en ese punto. Se calcula también la varianza del método.

3.- Luego del proceso anterior se calculan las medidas estadísticas de diagnóstico a partir de los resultados obtenidos:

Error medio:

$$EM = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{z}(s_i) - z(s_i))}{n}$$
(9)

Raíz del error medio cuadrático:

$$EMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{z}(s_i) - z(s_i))^2}{n}}$$
(10)

Raíz del error medio cuadrático estandarizado:

$$EMCS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left[ \frac{\hat{Z}(s_i) - Z(s_i)}{\hat{\sigma}(s_i)} \right]^2}{n}}$$
(11)

Error medio estandarizado:

$$EMS = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{z}(s_i) - z(s_i)) / \hat{\sigma}(s_i)}{n}$$
(12)

Error promedio estándar:

$$EPS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \hat{\sigma}^{2}(s_{i})}{n}}$$
(13)

El error medio estandarizado debe ser cercano a 0, esto debido a que los modelos aplicados son insesgados, sin embargo, no es una medida robusta para el diagnóstico ya que Kriging no es sensible a las inexactitudes del semivariograma, pero se prefiere un EMS lo más pequeño posible. (Webster & Oliver, 2007). El error medio cuadrático estandarizado debe ser cercano a uno, si es mayor que uno, indica que la variabilidad de la predicción ha sido infraestimada y si es menor que uno, se ha sobrestimado la variabilidad (Moreno Jiménez & Cañada Torrecilla, 2006). Las medidas de error se obtuvieron, como en estudios previos (Tao, 2009) y (Coulibaly & Becker, 2009), considerando los parámetros que generaron menor error dentro de los límites permitidos y superficies continuas.

## RESULTADOS

Sobre los datos para el histórico de 30 años (1980 - 2010) luego del análisis exploratorio de datos espaciales, para todos los meses, se obtuvo información normalmente distribuida aplicando transformación logarítmica y se eliminaron los valores extremos. La precipitación en el área de estudio presenta el componente de tendencia oeste – este más fuerte que en el sentido norte - sur, esto debido a la orografía del terreno por lo que en el modelo de predicciones se incluyó la presencia de anisotropía. Las superficies que se presentan a continuación fueron generadas para los métodos Kriging y Cokriging en mapas de cuantiles de 5 clases y corresponden a los meses que de mayor y menor precipitación media en el período de análisis, siendo para el caso, abril (119,75 mm) y agosto (50,59 mm) respectivamente. Los parámetros de calibración para las interpolaciones de cada mes son aquellos que produjeron mapas con mejores resultados, menor error en la predicción y superficies sin saltos bruscos en la interpolación.

## Kriging Ordinario

El mapa de predicción del mes de abril (Figura 4) se generó con precipitaciones medias desde 68.99 mm a 239,59 mm, el modelo esférico con *nugget* de 0,03 y meseta parcial de 0,001; la anisotropía en el semivariograma se ajustó con un ángulo de dirección de 280,9° con una tolerancia de 45°, el tamaño de ventana de análisis se fijó en 10,5 Km con 10 intervalos. El parámetro de vecindad se fijó en máximo de 5 puntos y mínimo de 2 con una elipse segmentada en 4 transectos. En la Figura 4 se observa que el área de mayor precipitación se registra, al noroeste de la cuenca del Paute (parte alta de las subcuencas Machángara y Tomebamba) con las estaciones Sayausí (157,22 mm), Piscícola Chirimichay (153,39 mm), y El Labrado (150,70 mm); así como al noreste las subcuencas Paute y Collay, fuertemente influenciadas por los registros de las estaciones Peñas Coloradas (239,59 mm), Sevilla de Oro (145,15 mm) y Palmas (142,39 mm).



Figura 4. Mapa Kriging de precipitación para el mes de abril

Para la predicción del mes de agosto (Figura 5) el modelo se generó con precipitaciones medias de 2,88 mm a 259,68 mm, con *nugget* de 0,23 y meseta parcial de 1,09; el semivariograma se ajustó con un ángulo de dirección de 36,2° con una tolerancia de 45°, el tamaño de ventana de análisis se fijó en 18 Km con 9 intervalos. El tamaño de vecindad fue de máximo 5 puntos y un mínimo de 2. El área de mayor precipitación corresponde los registros de las estaciones Peñas Coloradas (259,67 mm), Palmas (114,70 mm) y Sevilla de Oro (110,39 mm) (subcuencas Paute y Collay), que tienen observaciones mayores incluso a las de Piscícola Chirimichay (64 mm) y El Labrado (63,16 mm), (parte alta de las subcuencas Tomebamba y Machángara).



Figura 5. Mapa Kriging de precipitación para el mes de agosto

## Cokriging ordinario

Los mapas de predicción Cokriging se generaron con el parámetro de altitud (MDT) luego de realizar transformación logarítmica. Para el caso del mes de abril (Figura 6), se ajustó el modelo esférico con *nugget* de 0,03 y meseta parcial de 0,0001; la anisotropía en el semivariograma con un ángulo de dirección de 13,9° con una tolerancia de 45°, el tamaño de ventana de análisis se fijó en 50 Km con 12 intervalos. El parámetro de vecindad se fijó en máximo de 5 puntos y mínimo de 2 con una elipse segmentada en 4 transectos. El comportamiento de la precipitación sigue el mismo patrón que el descrito en el caso de Kriging, es decir, precipitaciones elevadas al noroeste de la cuenca del Paute (subcuencas Machángara y Tomebamba) con las estaciones Sayausí (2.800 metros), Piscícola Chirimichay (3.497 metros), y El Labrado (3.650 metros); y, noreste (subcuencas Mazar, Paute, Collay) influenciados por los registros de las estaciones Peñas Coloradas (2.385 metros), Sevilla de Oro (2.360 metros), Palmas (2.407 metros), y Río Mazar – Rivera (2.448 metros). A pesar de vincular la variable altura el mapa de predicción Cokriging presenta resultados muy parecidos al generado con Kriging. En el mes de agosto (Figura 7) a pesar de tener menor presencia de precipitaciones (2,88 mm hasta los 259,68 mm), se observa una fuerte influencia de las estaciones cercanas a la zona oriental Peñas Coloradas, Sevilla de Oro, Palmas y Río Mazar – Rivera.





En el mes de agosto (Figura 7) a pesar de tener menor presencia de precipitaciones (2,88 mm hasta 259,68 mm), se observa una fuerte influencia de las estaciones cercanas a la zona oriental, Peñas Coloradas (2 385 metros), Sevilla de Oro (2 360 metros), Palmas (2 407 metros y Río Mazar – Rivera (2 448 metros). El modelo de este mes se generó con *nugget* de 0,27 y meseta parcial de 0,0001; el semivariograma se ajustó con un ángulo de dirección de 13,8° con una tolerancia de 45°, el tamaño de ventana de análisis se fijó en 54 Km con 12 intervalos. El tamaño de vecindad fue de máximo 5 puntos y un mínimo de 2.

La tendencia descrita en el caso de Cokriging por la variable altura, puede entenderse debido a que la parte oeste de la CRP es la zona más con mayor altitud, sobre 3 200 metros, al centro se ubican las estaciones localizadas entre los 2 200 metros y 2 700 metros de altura, y hacia el este la precipitación sube considerablemente a pesar de ser una zona de estaciones ubicadas en lugares más bajos, alrededor de los 2 300 metros, debido a que se encuentra muy próxima la región oriental e influyen factores propios de la zona.





## Validación cruzada

Luego de realizar pruebas donde se variaron los parámetros de ajuste del semivariograma, y habiendo determinado los valores óptimos de parámetros como aquellos en los que el modelo produce menores errores de predicción, se obtuvo la Tabla 1, en donde se puede observar que no existen diferencias estadísticamente significativas cuando se predice con los dos métodos (Kriging y Cokriging). Por ejemplo, para el mes de abril con el método Kriging el EMCS es de 1,45 y el EMS de -0,05; con Cokriging el EMCS es de 1,5 y el EMS de 0,03. Para el mes de agosto, Kriging obtuvo un EMCS de 1,07 y un error medio estandarizado de -0,19; y Cokriging un EMCS de 1,08 y un EMS de -0,26. Por lo tanto, los mapas generados tanto para Kriging y Cokriging no muestran diferencias significativas en los resultados. En las pruebas realizadas con la variación de parámetros antes indicados, se identificó que es posible reducir las medidas de error al ajustar el tamaño de vecindad en los modelos, pero debido a que se dispone de 19 estaciones en 6 442 km<sup>2</sup>, y a que los métodos se basan en la distancia euclidiana entre puntos de medición, las superficies generadas resultaron visiblemente menos suavizadas y con saltos en la interpolación que no ha sido posible explicarlos en base a las variables que en este estudio se han empleado, por lo que no se consideraron los mapas resultantes bajo parámetros de reducción de vecindad. Debido a que no se logró determinar una relación una relación directa entre la precipitación y la altura en el caso de Cokriging, y que los meses analizados (abril y agosto) presentan diferencias de precipitación muy significativas entre sí al corresponder a estaciones diferentes (invierno y verano), en futuros estudios, se podría ajustar los modelos con información histórica de temperatura, presión atmosférica, registros de viento,

humedad, entre otros aspectos íntimamente ligados a la variabilidad de la precipitación en cuencas alto andinas y en particular en la cuenca del Paute.

Mes	Tipo de error	Kriging	Cokriging	P-valor
Abril	EM	2,37	2,61	0,78
	EMC	39,31	39,97	0,53
	EPS	24,41	23,99	0,08
	EMS	-0,05	-0,03	0,67
	EMCS	1,45	1,50	0,55
Agosto	EM	5,69	0,44	0,25
	EMC	7,.87	62,32	0,35
	EPS	162,00	131,50	0,18
	EMS	-0,19	-0,26	0,32
	EMCS	1,07	1,08	0,97

Tabla 1. Resumen de los errores en la validación cruzada

### DISCUSIÓN

La estimación de la distribución espacial de la precipitación en áreas de extensión considerable es un proceso complicado en especial en cuencas de montaña debido a la naturaleza estocástica del fenómeno, además que pueden presentarse influencias por la topografía del terreno incluyendo aspectos como altitud, pendiente, entre otros (Goovaerts, 2000), basado en esta afirmación, en un principio se pudo haber esperado que los modelos empleados en este estudio reflejaran la el comportamiento de la precipitación basada en la altura, es decir, a mayor altitud mayor precipitación, tal como indica Goovaerts (2000) en su estudio, sin embargo, los resultados de la aplicación de Kriging y Cokriging muestran el mismo comportamiento de la precipitación en la cuenca del Paute, y los mapas resultantes no reflejan mayores diferencias entre los métodos a pesar de incorporar la variable altura, inclusive los errores de estimación de los modelos difieren en centésimas de unidad, tal es el caso de la interpolación para mes de abril con Kriging registra un error medio cuadrático estandarizado de 1,45 y para el caso de Cokriging es 1,5.

A pesar de no considerar ni disponer de registros para todas las variables que producen los mecanismos para la formación de precipitación mencionados en (Goovaerts, 2000) y tampoco la relación directa entre la altura y las precipitaciones, en este estudio se comprueba la alta variabilidad temporal y espacial de la precipitación en la cuenca del Paute que podría deberse a patrones climáticos sinópticos que se presentan en la región montañosa occidental influenciada por el régimen costero del Pacífico y en la región montañosa oriental influenciada por las masas de aire tropicales húmedas provenientes de la Amazonía y del Atlántico (Vuille et.al, 2000). Además los resultados de este estudio coinciden con lo expuesto por Célleri et al, (2007), con respecto a la captura de los regímenes de precipitación en la cuenca alta y baja, y en los meses de mayor y menor precipitación.

#### CONCLUSIONES

• La aplicación métodos geoestadísticos para la estimación de valores en sitios desprovistos de información implica un conocimiento previo de la variable que se va a estimar, esto con el fin de

que las etapas de análisis exploratorio de datos espaciales, análisis estructural y predicción de superficies logren reflejar el comportamiento de la variable lo más cercano posible a la realidad.

• Los mapas resultantes de Kriging y Cokriging para los 12 meses, se generaron a partir de datos sin valores extremos, homogenizados y transformados logarítmicamente. El ajuste de los parámetros del semivariograma empírico con modelo esférico (*nugget*, meseta, rango, intervalos, tamaño de ventana y vecindad) se realizó cuidando de obtener la menor medida de error posible y respetando el comportamiento de la variable en el área de estudio.

• Los mapas de predicción Kriging y Cokriging resultantes no mostraron diferencias significativas al realizar las interpolaciones considerando la altura, esto debido a que en la cuenca del Paute convergen varios aspectos a más de la altura, como la pendiente, masas de aire húmedas provenientes del Pacífico, Amazonía y del Atlántico, la topografía, entre otros que producen gran variabilidad en registros de precipitación.

# BIBLIOGRAFÍA

- Bilewu, S. O., & Sule, B. F. (2015). Selection of an Appropriate Interpolation Method for Rainfall Data in Central Nigeria. *Ethiopian Journal of Environmental Studies & Management*, 8(4), 423– 432. http://doi.org/10.4314/ejesm.v8i4.7
- Borges, P. de A., Franke, J., Anunciação, Y. M. T., Weiss, H., & Bernhofer, C. (2015). Comparison of spatial interpolation methods for the estimation of precipitation distribution in Distrito Federal, Brazil. *Theoretical and Applied Climatology*, 123(1), 335–348. http://doi.org/10.1007/s00704-014-1359-9
- Buytaert, W., Celleri, R., Willems, P., Bièvre, B. De, & Wyseure, G. (2006). Spatial and temporal rainfall variability in mountainous areas: A case study from the south Ecuadorian Andes. *Journal of Hydrology*, *329*(3-4), 413–421. http://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2006.02.031
- Campozano, L., Sánchez, E., Aviles, a, & Samaniego, E. (2014). Evaluation of infilling methods for time series of daily precipitation and temperature: The case of the Ecuadorian Andes. *Maskana*, 5(1), 99–115. Retrieved from http://dspace.ucuenca.edu.ec:8080/handle/123456789/5586
- Castro, L. M., Girona´s, J., & Ferna´ndez, B. (2014). Spatial estimation of daily precipitation in regions with complex relief and scarce data using terrain orientation. *Journal of Hydrology*, *517*, 481– 492. http://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2014.05.064
- Celleri, R., Willems, P., Buytaert, W., & Feyen, J. (2007). Space time rainfall variability in the Paute Basin , Ecuadorian Andes. *Wiley InterScience*, 3327(August), 3316–3327. http://doi.org/10.1002/hyp
- Chahouki, M. A. Z., Chahouki, A. Z., Malekian, A., Bagheri, R., & Vesali, S. A. (2014). Evaluation of Different Cokriging Methods for Rainfall Estimation in Arid Regions (Central Kavir Basin in Iran). *Desert*, *1*, 1–9.
- Climate, W. (2007). THE ROLE OF CLIMATOLOGICAL NORMALS IN A CHANGING CLIMATE Edited by : Omar Baddour and Hama Kontongomde. *Organization*, (61). Retrieved from

https://www.wmo.int/datastat/documents/WCDMPNo61\_1.pdf

- Coulibaly, M., & Becker, S. (2009). Spatial Interpolation of Annual Precipitation in South Africa-Comparison and Evaluation of Methods Spatial Interpolation of Annual Precipitation in South Africa - Comparison and Evaluation of Methods. *Water International*, (May 2012), 37–41.
- Fallah Ghalhari, G. A., Dadashi Roudbari, A. A., & Asadi, M. (2016). Identifying the spatial and temporal distribution characteristics of precipitation in Iran. *Arabian Journal of Geosciences*, *9*(12), 595. http://doi.org/10.1007/s12517-016-2606-4
- Fleming, M., Stuart Champin III, F., Cramer, W., Hufford, G., & Serreze, M. (2000). Geographic patterns and dynamics of alaskan climate interpolated from a sparse station record. *Global Change Biology*.
- Goovaerts, P. (2000). Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall. *Journal of Hydrology*, *228*(1-2), 113–129. http://doi.org/10.1016/S0022-1694(00)00144-X
- Hay, L., Viger, R., & McCabe, G. (1998). Precipitation interpolation in mountainous regions using multiple linear regression. In *In Proceedings of the HeadWater'98 conference, Italy*.
- Hevesi, J., Istok, J., & Flint, A. (1992). Precipitation Estimation in mountainous Terrain Using Multivariate Geostatistics Part I.pdf, 661–676.
- Johnston, K., Ver Hoef, J. M. ., Krivoruchko, K., & Lucas, N. E. (2003). Using ArcGIS Geostatistical Analyst.
- Karani, H. P., Eslami, H., & Vafakhah, M. (2014). Application of Geostatistics for Evaluation of Spatial variability of Precipitation concentration Index (PCI) in Ghazvin Province, Iran, 3(March), 60–64.
- Keblouti, M., Ouerdachi, L., & Boutaghane, H. (2012). Spatial interpolation of annual precipitation in Annaba-Algeria - Comparison and evaluation of methods. *Energy Procedia*, 18, 468–475. http://doi.org/10.1016/j.egypro.2012.05.058
- Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2011). *bibliografia*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Moreno Jiménez, A., & Cañada Torrecilla, R. (2006). Sistemas y Análisis de la Información Geográfica.
- Tao, T. (2009). Uncertainty Analysis of Interpolation Methods in Rainfall Spatial Distribution–A Case of Small Catchment in Lyon. *Journal of Water Resource and Protection*, 01(02), 136–144. http://doi.org/10.4236/jwarp.2009.12018
- Thiessen, A. H. (1911). Precipitation averages for large areas, (7), 1082–1084.
- Univesidad del Azuay, U., & Consejo de Gestión de aguas de la cuenca del Paute, C. (2008). Proyecto : Caracterización territorial de la cuenca hidrográfica del río Paute, Fase I y II.
- Vicente-Serrano, S., Saz-Sánchez, M., & Cuadrat, J. (2003). Comparative analysis of interpolation methods in the middle Ebro Valley (Spain): application to annual precipitation and temperature. *Climate Research*, *24*, 161–180.
- Vuille, M., Bradley, R. ., & Keimig, F. (2000). Climate variability in the andes of Ecuador and its

relation to tropical Pacific and Atlantic sea surface temperature anomalies. *Journal of Climate*, 13, 2520–2535.

- Wang, S., Huang, G. H., Lin, Q. G., Li, Z., Zhang, H., & Fan, Y. R. (2014). Comparison of interpolation methods for estimating spatial distribution of precipitation in Ontario, Canada. *International Journal of Climatology*, 34(14), 3745–3751. http://doi.org/10.1002/joc.3941
- Webster, R., & Oliver, M. (2007). *Geostatistics for Environmental Scientists* (Second Edi). John Wiley & Sons, Ltd.
- Zhang, X., Lu, X., & Wang, X. (2016). Comparison of Spatial Interpolation Methods Based on Rain Gauges for Annual Precipitation on the Tibetan Plateau. *Polish Journal of Environmental Studies*, 25(3), 1339–1345. http://doi.org/10.15244/pjoes/61814
- Zhang, X., & Srinivasan, R. (2009). GIS-Based Spatial Precipitation Estimation: A comparison of Geostatical approaches, 45(4), 894–906.